

平成29年度入学試験問題（一般入試）

数 学

注 意

1. 問題冊子は6ページ，解答紙は2枚である。問題冊子は，指示があるまで開かないこと。
2. 解答開始前に，試験監督者の指示にしたがって，すべての解答紙それぞれ2ヶ所に受験番号を記入すること。
3. 「始め」の合図があったら，問題冊子のページ数を確認すること。
4. 解答は，黒色鉛筆(シャープペンシルも可)を使用し，すべて所定の欄に記入すること。欄外および裏面には記入しないこと。
5. 試験終了後，監督者の指示に従って，解答紙の順番をそろえること。
6. 下書き等は，問題冊子の余白を利用すること。
7. 解答紙は持ち帰らないこと。

1 空欄にあてはまる適切な数、式、記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 3次方程式 $x^3 + a^2x^2 + a^2x - a = 0$ (a は 0 でない実数の定数) が純虚数を解にもつとき $a^3 + 2a^2 + 3a$ の値は である。

(2) 座標平面において、次の連立不等式が表す領域の面積は である。

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ x \leq y \leq 1 - x \end{cases}$$

(3) 1 から 437 までの自然数で 437 と互いに素であるものの個数は である。

(4) $k \leq 0$ とする。 x の方程式 $x^3 - 3x^2 + 3kx - 1 = 0$ が(重複する場合も含めて) 3 つの実数解をもつような実数 k の最大値は である。

(5) 実数 x, y, z が

$$\begin{cases} x < y \\ x + y + z = 3 \\ xyz = 1 \end{cases}$$

の 3 つの条件を満たすとき $xy + yz + zx$ の最大値は である。

(6) $\sin 15^\circ + \cos 15^\circ + \tan 75^\circ$ の値は である。

(7) 半径 1 の球に内接する正四面体の体積は である。

(8) 複素数平面上で方程式 $2iz\bar{z} + z - \bar{z} - 4i = 0$ が表す曲線で囲まれた図形の面積は である。

2 空欄にあてはまる適切な数, 式, 記号などを解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

(1) 曲線 $y = \sqrt{x}$ ($0 \leq x \leq 1$) と直線 $y = x$ で囲まれた部分を直線 $y = x$ の周りに 1 回転させて
できる立体の体積は である。

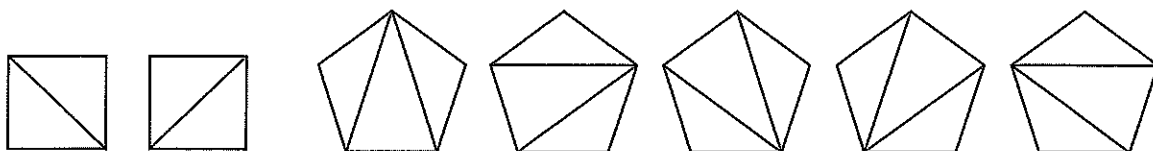
(2) 数列の極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{24n^2 + 2nk - k^2}$ の値は である。

(3) 定積分 $\int_2^1 \sqrt{-1 + \frac{2}{x}} dx$ の値は である。

(4) 実数 x に対して, 方程式 $\frac{1}{\sin^2 x} - \sqrt{4\pi^2 - x^2} = 0$ の解の個数は である。

(5) 2つの関数 $f(x)$ と $g(x)$ はすべての実数 x に対して $\int_0^x f(t) dt = \int_a^{f(x)} g(t) dt = x^2 + 3x$ を
満たしている。このとき, 定数 a の値は であり, $g(1)$ の値は である。

(6) 正 $(n+2)$ 角形の中に, 内部で互いに交わらない対角線を $n-1$ 本引いて, 多角形の辺と
合わせて n 個の三角形に分割する方法の総数を c_n で表す。たとえば, $c_2 = 2$, $c_3 = 5$ である
(下の図)。 c_4 の値は であり, c_5 の値は である。



3

- (1) 関数 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能ならば, $f(x)$ は $x = a$ で連続であることを定義に基づいて証明しなさい。

- (2) 関数 $f(x)$ は $x = 0$ で微分可能であるが, その導関数 $f'(x)$ は $x = 0$ で微分可能でないような具体的な $f(x)$ の例を 1 つだけ挙げなさい。